УДК 532.5.

Дацюк В. В.¹, д.ф.-м.н., проф.,
Павлинюк О. Р.¹, асп.

V. V. Datsyuk¹, Dr. Sci., Prof.,
O. R. Pavlyniuk¹, PhD stud.

**Роль поверхневої провідності в
електромеханіці та електрогідродинаміці
діелектричної кулі**

**The role of surface conductivity in
electromechanics and electrohydrodynamics
of a dielectric drop**

¹Київський національний університет імені
Тараса Шевченка, 01601, м. Київ, вул.
Володимирська 64/13
e-mail: o.pavlyniuk@gmail.com

¹Taras Shevchenko National University of Kyiv,
01601, Kyiv, Volodymyrska st. 64/13
e-mail: o.pavlyniuk@gmail.com

Для моделювання руху мікрочастинок у слабопровідній діелектричній краплині узагальнено діелектричну модель Тейлора, враховуючи поверхневий електричний струм. Визначено розподіл електричного потенціалу всередині та ззовні слабопровідної діелектричної кулі зануреної в слабопровідний діелектрик в електричному полі. У загальноприйнятому визначенні сумарної об'ємної та поверхневої провідності кулі враховано залежність від кутового розподілу зовнішнього електричного поля. Зроблено висновок, що міграція мікрочастинок на поверхні краплини за рахунок електрогідродинамічних (ЕГД) та діелектрофоретичних (ДЕФ) сил суттєво залежить від поверхневих провідностей краплини та окремих мікрочастинок.

Ключові слова: діелектрофорез, електрогідродинаміка, поверхнева провідність.

A new technology of the electric-field manipulation by dielectric particles in dielectric liquids and drops has been developed in the last decades. To simulate electromechanics of microparticles in a weakly-conducting dielectric drop the Taylor's leaky-dielectric model is extended. To achieve this electric-potential distribution inside and outside a weakly-conducting dielectric sphere embedded in a weakly-conducting dielectric in an electric field is determined taking into account the interfacial current. The conventional definition of the total, bulk plus surface, conductance of the sphere is detailed allowing for its dependence on the angular distribution of the external electric field. Technology of microparticles moving over the interface of the drop is based on the application of electrohydrodynamic (EHD) drag and dielectrophoretic (DEP) forces. The surface conductivities of the drop and individual microparticles can have a significant influence on the surface charge and thereby on the DEP and EHD drag forces. Thus, we show that recent explanation of manipulation by microparticles trapped at the interface of a silicone-oil drop immersed in castor oil is misleading. Taking into account the surface conductivity of the microparticles, we find that EHD drag and DEP forces are of the same direction but not opposite at zero or low frequencies as stated previously. Due to the reversal of the DEP force with the field frequency the motion of microparticles turns back. Surface conductivity of the drop can also explain experiments in which the prolate deformation persists after liquids of the drop and ambient medium are interchanged.

Key Words: dielectrophoresis, electrohydrodynamics, surface conductivity.

Статтю представив академік НАН України, д.ф.-м.н., проф. Булавін Л.А.

Вступ

Численні дослідження електромеханіки мікрочастинок у живих клітинах чи схожих штучних об'єктах формують один із основних напрямів сучасних біологічних наук і технологій [1-3]. Частина цих досліджень зосереджена на маніпулюванні мікрочастинками розподіленими у діелектричній краплині [4-9]. Зокрема, в [6, 7,

9] вивчалось утворення структур з мікрочастинок на поверхні міліметрових краплин. У роботах [4-9] електричне поле використовували як інструмент для переміщення мікрочастинок або рідини у мікролітрових об'ємах.

Існує кілька способів переміщення частинок в рідині. Прикладене електричне поле може зумовити виникнення потоків рідини разом із зануреними частинками. Такі циркуляції рідини є

предметом вивчення електрогідродинаміки, яку заснував Джеффрі Тейлор [10], представивши свою діелектричну модель для опису деформації краплин в стаціонарному електричному полі [11]. Важливе узагальнення теорії Тейлора на випадок змінного електричного поля проведено в роботі [12]. За допомогою даної теорії можна визначити ЕГД силу тяги. Існує й інший спосіб переміщення частинок завдяки ефекту діелектрофорезу – переміщенню діелектричної частинки в неоднорідному електричному полі [1-3].

У роботах, присвячених даній тематиці, часто нехтують поверхневою провідністю краплини чи мікрочастинок. Лише близько в 10% робіт згадують чи розглядають її, хоча поверхневу провідність κ легко врахувати при визначенні ЕГД і ДЕФ сил. Потрібно лише замінити об'ємну провідність σ кулі радіуса a на [1-3]

$$\zeta = \sigma + \frac{2\kappa}{a}. \quad (1)$$

Дану формулу буде виведено нижче, з особливою увагою на походження сталого множника 2, який у більш загальній теорії повинен бути змінною величиною чи, навіть, оператором.

У даній роботі модель провідної кулі в змінному електричному полі [12] узагальнено, враховуючи струм через поверхню краплини, і у частковому випадку отримано формулу (1). Новизна роботи полягає в ретельному врахуванні поверхневої провідності. Результати експериментів з маніпуляції мікрочастинками на поверхні краплини із силіконової олії [8] знаходять дещо нове пояснення через врахування поверхневої провідності як частинок, так і краплини. Поверхнева провідність також дозволяє пояснити спостереження [13] неочікуваних деформацій краплин, коли зовнішня рідина замінюється рідиною краплини, а рідина краплини змінюється на зовнішню рідину.

Властивості слабо провідної діелектричної кулі

Методи дослідження. В даній роботі ми розв'язуємо задачу електростатики для простої сферичної геометрії, для якої відомий загальний розв'язок рівняння Лапласа. Таким чином, задача зводиться до встановлення і розв'язку системи межових умов. Ми скористаємося звичайними межовими умовами для потенціалу та нормальної складової вектора напруженості електричного поля. Додатково введемо рівняння балансу для

визначення поверхневого заряду. Після визначення розподілу потенціалу електричного поля можна застосувати відомі підходи [8, 10, 12] для обчислення деформації краплини і циркуляції рідини в ній, а також для аналізу руху мікрочастинок на поверхні.

Для обчислення поверхневої сили на поверхні діелектричної кулі [12] використовується тензор напруг Гельмгольца [14]. Зокрема, тангенційна напруга, що зумовлює течію рідини, визначається наступним чином:

$$S_\theta = s_p E_2 \sin \theta \cos \theta, \quad (2)$$

де θ – полярний кут, s_p – поверхневий заряд на полюсі кулі за $\theta = 0$, E_2 – абсолютне значення вектора напруженості електричного поля на внутрішній поверхні.

Розподіл потенціалу електричного поля. Розглянемо провідну сферичну краплину (середовище 2) занурену в провідне середовище 1 в однорідному електричному полі, вектор напруженості якого спрямований вздовж осі z . Суперпозиція зовнішнього поля і поля поляризованої кулі задається потенціалом $V_1 = -Ez + (C_1/r^2) \cos \theta$ за $r \geq a$ та $V_2 = C_2 r \cos \theta$ за $r \leq a$. Для визначення коефіцієнтів C_1 та C_2 використаємо такі межові умови:

$$V_1 = V_2, \text{ за } r = a; \quad (3)$$

$$-K_1 \frac{\partial V_1}{\partial r} + K_2 \frac{\partial V_2}{\partial r} = \frac{s}{\epsilon_0}, \text{ за } r = a; \quad (4)$$

де K_1, K_2 – діелектричні проникності середовища та кулі, відповідно, s – поверхневий заряд.

Використовуючи (3) і (4), знайдемо потенціал зовні та всередині кулі та поверхневий заряд

$$V_1 = -zE + \frac{z}{2K_1 + K_2} \left[(K_2 - K_1)E + \frac{s_p}{\epsilon_0} \right] \left(\frac{a}{r} \right)^3, \quad (5)$$

$$V_2 = \frac{z}{2K_1 + K_2} \left[-3K_1 E + \frac{s_p}{\epsilon_0} \right], \quad s = s_p \cos \theta. \quad (6)$$

Для того визначення s_p додатково до межових умов (3) і (4) розглянемо рівняння балансу заряду на поверхні кулі.

Зміна поверхневого заряду в деякому елементі площі поверхні ($\theta = \theta_0$, $\theta = \theta_0 + d\theta$, $\phi = \phi_0$, $\phi = \phi_0 + d\phi$, де ϕ – азимутальний кут, префікс d позначає нескінченно малий приріст) відбувається завдяки протіканню об'ємного струму вздовж радіус-вектора $\mathbf{r}$ через нього та поверхневим струмам через його межі. Врахування цих струмів дозволяє отримати рівняння балансу поверхневого заряду

$$\frac{\partial s}{\partial t} = \sigma_1 \frac{\partial V_1}{\partial r} - \sigma_2 \frac{\partial V_2}{\partial r} + \frac{\kappa}{a^2} \Delta_{\theta, \phi} V_1, \quad (7)$$

де $\Delta_{\theta,\phi}$ позначає $\frac{1}{\sin\theta} \frac{\partial}{\partial\theta} \left(\sin\theta \frac{\partial}{\partial\theta} \right) + \frac{1}{\sin^2\theta} \frac{\partial^2}{\partial\phi^2}$.

Якщо потенціал зовнішнього поля виразити через сферичні гармоніки $Y_l^m(\theta, \phi)$ порядку l , тоді $\Delta_{\theta,\phi} Y_l^m(\theta, \phi) = l(l+1) Y_l^m(\theta, \phi)$, і формула (7) дещо спрощується

$$\frac{\partial s}{\partial t} = \sigma_1 \frac{\partial V_1}{\partial r} - \varepsilon_2 \frac{\partial V_2}{\partial r}. \quad (8)$$

Тут ε_2 – повна провідність кулі

$$\varepsilon_2 = \sigma_2 + (l+1) \frac{\kappa}{a}. \quad (9)$$

Зокрема, формула (1) є частковим випадком (9) для кулі, що перебуває в однорідному електричному полі.

Рівняння (8) разом із умовою $\partial s / \partial t = -i \omega s$ та визначеними у формулах (5), (6) величинами V_1 , V_2 дають наступні вирази для параметрів формули (2):

$$s_p = \frac{3\varepsilon_0(K_1\varepsilon_2 - K_2\sigma_1)E}{\varepsilon_2 + 2\sigma_1 - i\omega\varepsilon_0(K_2 + 2K_1)}; \quad (10)$$

$$E_2 = \frac{3E\sigma_1[1 - i\omega\tau_1]}{\varepsilon_2 + 2\sigma_1 - i\omega\varepsilon_0(K_2 + 2K_1)}, \quad (11)$$

де $\tau_1 = \sigma_1 / (\varepsilon_0 K_1)$ – час релаксації об'ємного заряду.

В електрокінетиці та електромеханіці частинок [2, 15] ключову роль відіграє фактор Клаузіуса-Моссотті. Цей фактор використовують для визначення напрямку та абсолютної величини ДЕФ сили, що діє на частинку, яка знаходиться на поверхні кулі. Величина і напрямок цієї сили залежать від добутку $\beta(2 + \beta)\beta'$ [8, 9], де β і β' – дійсні частини фактора Клаузіуса-Моссотті краплини і частинки в оточуючій рідині, відповідно.

Запропонована вище модель провідної кулі дає таку формулу для фактора Клаузіуса-Моссотті:

$$f_{CM} = \Theta \tilde{\beta}_{id} + (1 - \Theta) \beta_{pd}, \quad (12)$$

де $\Theta = [1 - i\omega\tilde{\tau}_{MW}]^{-1}$, $\tilde{\tau}_{MW} = \varepsilon_0(K_2 + 2K_1) / (\varepsilon_2 + 2\sigma_1)$ – модифікований час релаксації Максвела-Вагнера, в означенні якого замість σ_2 підставлено ε_2 , $\tilde{\beta}_{id} = (\varepsilon_2 - \sigma_1) / (\varepsilon_2 + 2\sigma_1)$ – фактор Клаузіуса-Моссотті провідної кулі з ε_2 , використаним замість σ_2 , і $\beta_{pd} = (K_2 - K_1) / (K_2 + 2K_1)$ – фактор Клаузіуса-Моссотті ідеальної діелектричної кулі. Отримана формула (12) показує, що фактор Клаузіуса-Моссотті провідної діелектричної кулі змінюється в межах між двома граничними значеннями, $\tilde{\beta}_{id}$ та β_{pd} . Параметр $\tilde{\tau}_{MW}^{-1}$ називається частотою перегину і визначає частоту переходу від одного граничного випадку до іншого. З рівнянь (10)-(12) можна отримати результати

наведені в [12], якщо не врахувати поверхневу провідність, тобто $\kappa = 0$. Якщо, окрім цього, покласти $\omega = 0$, то отримаємо початкову діелектричну модель Тейлора [10].

Варто відзначити що у більшості попередніх досліджень, за винятком декількох робіт [16-19], параметр κ формули (1) взагалі не згадується. Проте цим параметром не можна знехтувати, якщо а) радіус a кулі малий у порівнянні з характеристичною довжиною $a_1 = 2\kappa / \sigma_1$, б) куля має високо провідний шар чи в) зроблена із гарного ізолятора з $\sigma_2 \approx 0$, г) куля знаходиться в неоднорідному полі з $l^2 \gg a / a_1$. Використовуючи опубліковані в роботі [20] дані, величину a_1 можна визначити для деяких твердих речовин (боросилікатного скла та чистого кварцу) у різних рідинах (дистильованій воді, водних розчинах HCl та NaCl, метанолі та ацетонітрилі). Більшість значень потрапляють в діапазон від 26 до 52 мкм. Згідно із проведеними у роботі [16] чотирма вимірюваннями, a_1 приблизно дорівнює 6 і 9 мкм для двох полістиролових куль з діаметрами приблизно 6 і 9 мкм занурених у воду. Наведені дані означають, що діелектрична модель Тейлора незастосовна для мікрогідродинаміки, оскільки ніяк не враховує поверхневу провідність, яка на макрорівні стає дуже важливою. Значення поверхневої провідності розглянуто нижче.

Граничне наближення поверхневого провідника. Якщо припустити, що виконуються наступні нерівності $2\kappa / a \gg \sigma_2$ і $2\kappa / a \gg \sigma_1$, то величинами σ_1 і σ_2 можна знехтувати в (10) і (12). Таким чином, отримаємо

$$s_p = \frac{3\varepsilon_0 K_1 E}{1 + \mathcal{G}}, \quad f_{CM} = \frac{1 + 9\beta_{pd}}{1 + \mathcal{G}}. \quad (13)$$

Де $\mathcal{G} = -i\omega\varepsilon_0(K_2 + 2K_1)a / 2\kappa$. Властивості поверхнево-провідної кулі змінюються в широкому діапазоні. За $|\mathcal{G}| \gg 1$ отримаємо

$$s_p \approx 0 \text{ та } f_{CM} = \beta_{pd}, \quad (14)$$

що характерно для кулі з властивостями ідеального ізолятора. У випадку ж $|\mathcal{G}| \ll 1$ отримаємо потенціал та інші характеристики ідеально провідної кулі:

$$s_p = 3\varepsilon_0 K_1 E \text{ та } f_{CM} = \beta_{pc} = 1. \quad (15)$$

Обидві моделі, як ідеального діелектрика, так і ідеального провідника, передбачають відсутність ЕГД течії, тобто тангенційна напружка S_θ пропорційна добутку $s_p E_2$ стає рівна нулю. У

наближенні ідеального діелектрика $S_\theta = 0$ тому, що $s_p = 0$ при $E_2 \neq 0$. У випадку наближення ідеального провідника навпаки $s_p \neq 0$, але $S_\theta = 0$, оскільки $E_2 = 0$. Наведені теоретичні висновки добре узгоджуються з експериментами [6] і [9], відповідно.

Експериментальні докази поверхневої провідності

ЕГД сила. У роботі [12] було проведено теоретичне і експериментальне дослідження впливу змінного однорідного електричного поля на виникнення деформацій і циркуляцій рідини в діелектричній краплині, що була занурена в іншу діелектричну рідину. Отриманий результат показав залежність даних ефектів від коефіцієнтів $q = K_2 / K_1$ і $Z = \sigma_2 / \sigma_1$. Після розрахунку безрозмірної дискримінаційної функції, що визначає тип деформацій краплин, було введено класифікацію систем [12]. У системах класу А, де $q \leq Z$, електрично-індукований потік по обидві сторони межі розділу спрямований від екватора до полюсів. У системах класів В та С, навпаки, потік спрямований від полюсів до екватора. У системах класів А і В краплина стає витягнутим сфероїдом. У системах класу С краплина стає сплющеною при низьких частотах і витягнутою при високих частотах.

Згідно з [12], а також іншими дослідженнями [11], типи деформацій і напрями потоків змінюються на протилежний, якщо рідни поміняти між собою місцями. Наприклад, система з краплиною чистої силіконової олії, зануреної в касторову олію, належить до класу С, при цьому краплина сплющувалася в сталому електричному полі. Система ж, в якій краплина касторової олії занурена в силіконову олію, належить до класу А і розтягується в електричному полі. Однак, в одному з експериментів, як краплина з поліметилфенилсілоксану (ПМФС) у веретенній олії, так і краплина веретенної олії в ПМФС витягуються вздовж напрямку вектора напруженості електричного поля [13].

Переходи систем класу С до класу А спостерігались у низці експериментів [6, 9]. В даній роботі, ми пропонуємо кількісний опис для цих результатів, що ґрунтується на врахуванні поверхневої провідності. Якщо ніякі інші процеси не враховуються, то узагальнення моделі роботи [12] зводиться до перевизначення параметра Z :

$$Z = \frac{a_1}{a} + \frac{\sigma_1}{\sigma_2}. \quad (16)$$

Значення параметра Z зростає при зростанні κ чи зменшенні a . Як результат, система класу С може перейти до класу В і, потім, до класу А. Це передбачення теорії підтверджується експериментальними спостереженнями морфологічних переходів, коли сплющування змінюється на витягування [6, 9].

У роботі [6] глиняні частинки розчиняли у краплині силіконової олії міліметрового розміру з масовою часткою 1% і ця краплина занурювалася в касторову олію. Стале та низькочастотне електричні поля формували на поверхні краплини ланцюжки з високо провідних глиняних частинок вздовж напрямку вектора E . За достатньо високих напруженості електричного поля і концентрації глиняних частинок спостерігалася зміна деформації краплини від сплюсненої до витягнутої. Водночас, ЕГД потік рідини зупинявся. Як було зауважено в коментарях до рівняння (13), існує два способи пояснити таку поведінку системи. Перший спосіб полягає у використанні моделі ідеального діелектрика, як це і було, фактично, зроблено авторами у роботі [6], які дійшли висновку, що значно підвищена поверхнева провідність повинна зменшити накопичення заряду на краплині і тим самим зупинити ЕГД потік. Проте, такий підхід не дозволяє пояснити спостережувані в іншій роботі [9] витягування і подальший розпад краплини силіконової олії, також покритої високо провідними мікрочастинками.

У роботі [9] також було проведено експерименти з одиничними міліметровими краплинами силіконової олії зануреними в касторову олію в однорідних сталому та змінному електричному полях. Краплини покривалися різними сферичними частинками: покритими сріблом порожнистими скляними мікрокульками із середнім діаметром від 15 до 55 мкм, частинками чистого полістиролу, а також двома видами сульфонованих частинок полістиролу із середнім діаметром 40 мкм. Електропровідності мікрокульок коливалися від 10^{-11} См м⁻¹ для полістиролу до 10^7 См м⁻¹ для срібла. Краплина чистої силіконової олії з $\varepsilon_2 = 2.8$, $\sigma_2 = 5 - 10$ пСм м⁻¹ та $\mu_2 = 50$ мПа с в касторовій олії з $\varepsilon_1 = 4.7$, $\sigma_1 = 50 - 100$ пСм м⁻¹ та $\mu_1 = 700$ мПа с належить до класу С, згідно класифікації [12]. Це означає, що краплина має бути сплюснута в сталому електричному полі та

витагнута в змінному електричному полі при частоті, що перевищує критичне значення. Теорія передбачає, що потік рідини повинен бути спрямований від полюсів до екватора, що узгоджується з експериментом. Дослідниками вказувалось на наявність різних процесів, включаючи деформації краплин, потік рідини, міграцію мікрочастинок на поверхні та формування поверхневих структур. Різкі зміни властивостей краплини спостерігалися у сталому полі, якщо частинки на її поверхні утворювали поздовжні ланцюжки від полюса до полюса. Спостерігалися морфологічний перехід краплини від сплющеного стану до витягнутого та інверсія напрямку руху потоків рідини, що вказує на перехід системи з класу С до класу А. При збільшенні напруженості електричного поля чи концентрації частинок краплина, покрита високо провідними частинками, витягувалася і розривалася, тоді як ЕГД потік рідини зникав. Автори дослідження заключають, що у сталому полі „ланцюжки частинок перерозподіляють вільні заряди на поверхні краплини, доки компонента електричного поля паралельна до поверхні не стане нульовою”. Дане твердження абсолютно узгоджується з нашим наближенням ідеального провідника.

Поверхнева провідність також може змінити знак β чи β' . В такому разі, відповідно змінюється і напрям ДЕФ сили.

ДЕФ сила. Амах разом із співавторами [8] досліджували маніпулювання мікрочастинками на поверхні краплини силіконової олії міліметрового розміру в електричному полі. Вони продемонстрували, що частинки можна сконцентрувати на полюсах чи на екваторі і перемішувати їх від екватора до полюсів або навпаки. В експериментах використовувалися силіконова олія I з $K_2 = 6.85$ і $\sigma_2 = 56$ пСм м⁻¹ та силіконова олія II з $K_2 = 2.75$ і $\sigma_2 = 3.6$ пСм м⁻¹. У якості оточуючої рідини для краплини використовувалась касторова олія з $K_1 = 4.7$ і $\sigma_1 = 32$ пСм м⁻¹. Частинки на поверхні краплини наближено мали сферичну форму. Використовувалось три типи частинок. Частинки вапняно-натрієвого скла з $K_2 = 6.9$ були діаметром від 1 до 3 мкм. Порожністі частинки скла з $K_2 = 1.2$ мали діаметр від 6 до 32 мкм та частинки з полістиролу з $K_2 = 2.0$ діаметром 4 мкм.

В моделі, яка застосовувалась у роботі [8], ДЕФ сила вважалась незалежною від частоти і виражалась через параметр β_{pd} краплини і параметр β'_{pd} мікрочастинок. Для визначення тангенційної напруги, яка зумовлює виникнення течії рідини, яка в свою чергу переміщує частинки, застосовувався підхід описаний в роботі [12]. Зміна напрямку швидкості (руху) мікрочастинок, яка спостерігалась під час експериментів, на думку авторів, обумовлена співвідношенням між ЕГД та ДЕФ силами. А саме, передбачалось, що ці сили, які прикладені до порожнистих мікрочастинок скла та полістиролу в сталому електричному полі, були протилежних напрямків, але із сильнішою ЕГД силою. Із збільшенням частоти, тангенційна напруга, швидкість течії, і ЕГД сила зменшуються. Тому при високих частотах електричного поля переважає ДЕФ сила. Згідно [8], швидкість частинок змінює свій напрям на протилежний при критичній частоті, коли ЕГД і ДЕФ сили мають однакові амплітуди, але різні напрямки.

На рис. 1 нормовані ЕГД сили $F_{EHD}(\omega) / F_{EHD}(0) = S_{\theta}(\omega) / S_{\theta}(0)$ порівнюються із нормованими ДЕФ силами [9]

$$\frac{F_{DEP}(\omega)}{F_{DEP}(0)} = \frac{\beta(2+\beta)\beta'}{|\beta_{ld}(2+\beta_{ld})\beta'_{ld}|} \quad (17)$$

Даний рисунок виявляє помилку у вище описаній теоретичній моделі [8]. На відміну від припущення зробленого авторами, частотна залежність ДЕФ сил може бути набагато гостріша, ніж частотна залежність ЕГД сили у діапазоні $0 < \omega < 10$ с⁻¹ і $F_{DEP}(\omega)$ може, навіть, змінити знак. Якщо взяти до уваги дану помилку і застосувати діелектричну модель Тейлора, то теоретичний результат не буде узгоджуватися із експериментом. А саме, Амах із співавторами [8] зазначили, що ДЕФ сила і ЕГД сила, що діють на частинки скла у краплині із силіконової олії I та силіконової олії II були завжди напрямлені однаково. Ці експериментальні результати якісно відрізняються від обчислень, представлених на рис. 1(а) і рис. 1(в). Дане протиріччя можна сунути, якщо врахувати поверхневу провідність частинок, радіус яких $a_1 = 20$ мкм. Проте, така поправка обумовлює значні зміни у трактуванні експериментальних результатів. Насправді, згідно з рис. 1(б) і рис. 1(г) ЕГД і ДЕФ сили завжди мають однакові, а не протилежні, напрямки.

Рис.1. Теоретичні частотні залежності нормованої ЕГД сили (суцільні лінії) і ДЕФ сили, які діють на мікрочастинки вапняно-натрієвого скла (лінії з ромбовидними мітками), порожнисті мікрочастинки скла (лінії із круглими мітками) та мікрочастинки полістиролу (лінії із зірочками) на поверхні краплини із силіконової олії I [рисунки (а) і (б)] чи силіконової олії II [рисунки (в) і (г)] занурених в касторову олію, обчислених нехтуючи [лівій стовпчик: рисунки (а) і (в)] та враховуючи [правий стовпчик: рисунки (б) і (г)] поверхневу провідність мікрочастинок.

Згідно із нашими обчисленнями наведеними на рис. 1(б), ДЕФ сила, яка діє на сферичні частинки полістиролу діаметром 4 мкм змінює знак на кутовій частоті $\omega_c = 6.8 \text{ с}^{-1}$, визначений із формули:

$$\omega_c = \tilde{\tau}_{MW}^{-1} \sqrt{-\frac{\beta_{ld}}{\beta_{pd}}} . \quad (18)$$

Дане значення повинно бути меншим за критичну кутову частоту ω_0 , за якої мікрочастинки змінюють напрям руху. В статті [8] значення ω_0 було порядку 10 с^{-1} , тобто теоретична ω_c наближається до експериментальної ω_0 . Тому можна знехтувати ЕГД силою. В експерименті з порожнистими частинками скла різних розмірів від 6 до 32 мкм зміна напрямку руху спостерігалась при частотах, які знижувалися зі збільшенням розміру [8]. Більш детально, ω_0 приблизно становило 5 с^{-1} для найменших частинок, а теоретично розраховане

значення ω_0 для середнього розміру частинок 18 мкм становить 2.1 с^{-1} . Розраховані нами значення $\omega_c = 4.2 \text{ с}^{-1}$ майже співпадають із експериментальним ω_0 для найменших порожнистих частинок скла і $\omega_c = 1.3 \text{ с}^{-1}$ для частинок середнього розміру.

Додаткову перевірку для теорії можна провести, якщо порівняти її результати з експериментом, в якому використовується суміш частинок полістиролу і порожнистих частинок скла. У роботі [8] представлено розподіл таких частинок на краплині силіконової олії I зануреної в касторову олію для частот ω 0.1, 6 і 20 с^{-1} . При частоті $\omega = 0.1 \text{ с}^{-1}$, коли ЕГД і ДЕФ сили на рис. 1(б) спрямовані від екватора до полюсів, всі частинки концентруються на полюсах. Частота $\omega = 6 \text{ с}^{-1}$ є вищою, ніж $\omega_c = 4.2 \text{ с}^{-1}$ найменших порожнистих мікрочастинок скла, але нижча, ніж $\omega_c = 6.8 \text{ с}^{-1}$ мікрочастинок полістиролу. За даної частоти частинки порожнистого скла починають

переміщуватися до екватора, але частинки полістиролу залишаються на полюсах [8]. За частоти $\omega = 20 \text{ с}^{-1}$, коли можна знехтувати ЕГД силою і теоретично передбачена нами ДЕФ сила спрямована від полюсів до екватора, обидва типи частинок концентруються на екваторі.

Напрямки ЕГД сили і ДЕФ сил також порівнювалися в експерименті з більшими частинками [9]. При низьких покриттях поверхні частинками порядку 0.1 і сильному статичному електричному полі 170 В мм^{-1} всі різні типи частинок, які використовувалися в експериментах [9], переміщувалися до екватора краплини в напрямку конвекційних ЕГД течій. Визначені ДЕФ сили мали один і той же напрям для всіх типів частинок за винятком низькопровідних чистих сферичних мікрочастинок полістиролу.

Висновки

Нехтування поверхневою провідністю в електрогідродинаміці діелектричної кулі може зумовити виникнення якісних помилок, на зразок таких, які ми виявили в роботі [8]. Врахування ж поверхневої провідності у діелектричній моделі Тейлора для випадку змінного електричного поля забезпечує відмінне узгодження теорії з експериментами. Разом із тим, існують експериментальні результати, які не піддаються поясненню. Наприклад, досі незрозуміло, чому краплина силіконової олії покрита ланцюжками високо провідних мікрочастинок перетворюється на ідеальний діелектрик в одному випадку, але на ідеальний провідник в іншому. Для виявлення цього потрібне подальше узагальнення використаної теоретичної моделі.

Список використаних джерел

1. Hughes M. Nanoelectromechanics in engineering and biology. / M. P. Hughes. – Boca Raton: CRC Press, 2003. – 344 p. – (1th Ed).
2. Ramos A. Electrokinetics and electrohydrodynamics in microsystems. / A. Ramos. – Wien: Springer, 2011. – 300 p. – (1th Ed).
3. Pethig R. Dielectrophoresis: Theory, Methodology and Biological Applications. / R. Pethig. – Hoboken: John Wiley & Sons, 2017. – 448 p. – (1th Ed).
4. Concentrating particles on drop surfaces using external electric fields. / S. Nudurupati, M. Janjua, N. Aubry, P. Singh. // Electrophoresis. – 2008. – №29. – P. 1164–1172.
5. Salipante P. Electrohydrodynamics of drops in strong uniform dc electric fields. / P. Salipante, P. M. Vlahovska. // Physics of Fluids. – 2010. – №22. – P. 112110.
6. Active structuring of colloidal armour on liquid drops. / [P. Dommersnes, Z. Rozynek, A. Mikkelsen та ін.]. // Nature Communications. – 2013. – №4. – P. 2066.
7. Electrohydrodynamic controlled assembly and fracturing of thin colloidal particle films confined at drop interfaces. / [Z. Rozynek, P. Dommersnes, A. Mikkelsen та ін.]. // The European Physical Journal Special Topics. – 2014. – №223. – P. 1859–1867.
8. Electrohydrodynamic manipulation of particles adsorbed on the surface of a drop. / E. Amah, K. Shah, I. Fischer, P. Singh. // Soft Matter. – 2016. – №12. – P. 1663–1673.
9. Particle-covered drops in electric fields: drop

References

1. HUGHES, M. P. (2003) *Nanoelectromechanics in engineering and biology*. 1th Ed. Boca Raton: CRC Press.
2. RAMOS, A. (2011) *Electrokinetics and electrohydrodynamics in microsystems*. Springer.
3. PETHIG, R. (2017) *Dielectrophoresis: Theory, Methodology and Biological Applications*. Hoboken: John Wiley & Sons.
4. NUDURUPATI, S., JANJUA, M., AUBRY, N. AND SINGH, P. (2008) Concentrating particles on drop surfaces using external electric fields. *ELECTROPHORESIS*. 29(5). p.1164-1172.
5. SALIPANTE, P. and VLAHOVSKA, P. (2010) Electrohydrodynamics of drops in strong uniform dc electric fields. *Physics of Fluids*. 22(11). p.112110.
6. DOMMERSNES, P., ROZYNEK, Z., MIKKELSEN, A., CASTBERG, R., KJERSTAD, K., HERSVIK, K. and OTTO FOSSUM, J. (2013) Active structuring of colloidal armour on liquid drops. *Nature Communications*. 4(1). p.2066.
7. ROZYNEK, Z., DOMMERSNES, P., MIKKELSEN, A., MICHELS, L. and FOSSUM, J. (2014) Electrohydrodynamic controlled assembly and fracturing of thin colloidal particle films confined at drop interfaces. *The European Physical Journal Special Topics*. 223(9). p.1859-1867.
8. AMAH, E., SHAH, K., FISCHER, I. and SINGH, P. (2016) Electrohydrodynamic manipulation of particles adsorbed on the surface of a drop. *Soft Matter*. 12(6). p.1663-1673.
9. MIKKELSEN, A., KHOBAIB, K., ERIKSEN, F., MÅLØY, K. and ROZYNEK, Z. (2018) Particle-covered drops in electric fields: drop

- deformation and surface particle organization. / [A. Mikkelsen, K. Khobaib, F. Eriksen та ін.]. // *Soft Matter*. – 2018. – №14. – P. 5442–5451.
10. Taylor G. Studies in electrohydrodynamics. I. The circulation produced in a drop by an electric field. / G. Taylor. // *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*. – 1966. – №291. – P. 159–166.
11. Saville D. Electrohydrodynamics: The Taylor-Melcher Leaky Dielectric Model. / D. Saville. // *Annual Review of Fluid Mechanics*. – 1997. – №29. – P. 27–64.
12. Torza S. Electrohydrodynamic Deformation and Burst of Liquid Drops/ S. Torza, R. Cox, S. Mason. // *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*. – 1971. – №269. – P. 295–319.
13. Zhakin A. Electrohydrodynamics of charged surfaces. / A. Zhakin. // *Physics-Uspokhi*. – 2013. – №56. – P. 141–163.
14. Jeans J. H. The mathematical theory of electricity and magnetism. / J. H. Jeans. – Cambridge: Cambridge University Press, 1960. – 598 p.
15. Jones T. Electromechanics of particles. / T. Jones. – Cambridge: Cambridge University Press, 1995. – 265 p.
16. Arnold W. Surface conductance and other properties of latex particles measured by electrorotation. / W. Arnold, H. Schwan, U. Zimmermann. // *The Journal of Physical Chemistry*. – 1987. – №91. – P. 5093–5098.
17. Green N. Separation of submicrometre particles using a combination of dielectrophoretic and electrohydrodynamic forces. / N. Green, H. Morgan. // *Journal of Physics D: Applied Physics*. – 1998. – №31. – P. L25–L30.
18. Hughes M. The Dielectrophoretic Behavior of Submicron Latex Spheres: Influence of Surface Conductance. / M. Hughes, H. Morgan, M. Flynn. // *Journal of Colloid and Interface Science*. – 1999. – №220. – P. 454–457.
19. Ermolina, I. The electrokinetic properties of latex particles: comparison of electrophoresis and dielectrophoresis. / I. Ermolina, H. Morgan. // *Journal of colloid and interface science*. – 2005. – №285. – P.419-428.
20. Surface conductivity of glass at the solid/liquid interface. / J. Jednačák-Biščan, V. Mikac-Dadić, V. Pravdić, W. Haller. // *Journal of Colloid and Interface Science*. – 1979. – №70. – P. 18–28.
- deformation and surface particle organization. *Soft Matter*. 14(26). p.5442-5451.
10. TAYLOR, G. (1966) Studies in electrohydrodynamics. I. The circulation produced in a drop by an electric field. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*. 291(1425). p.159-166.
11. SAVILLE, D. (1997) ELECTROHYDRODYNAMICS: The Taylor-Melcher Leaky Dielectric Model. *Annual Review of Fluid Mechanics*. 29(1). p.27-64.
12. TORZA, S., COX, R. and MASON, S. (1971) Electrohydrodynamic Deformation and Burst of Liquid Drops. *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*. 269(1198). p.295-319.
13. Zhakin, A. (2013) Electrohydrodynamics of charged surfaces. *Physics-Uspokhi*. 56(2). pp.141-163.
14. JEANS, J. (1960) *The mathematical theory of electricity and magnetism*. Cambridge: Cambridge University Press.
15. JONES, T. (1995) *Electromechanics of particles*. Cambridge: Cambridge University Press.
16. ARNOLD, W., SCHWAN, H. and ZIMMERMANN, U. (1987) Surface conductance and other properties of latex particles measured by electrorotation. *The Journal of Physical Chemistry*. 91(19). p.5093-5098.
17. GREEN, N. and MORGAN, H. (1998) Separation of submicrometre particles using a combination of dielectrophoretic and electrohydrodynamic forces. *Journal of Physics D: Applied Physics*. 31(7). p.L25-L30.
18. HUGHES, M., MORGAN, H. and FLYNN, M. (1999) The Dielectrophoretic Behavior of Submicron Latex Spheres: Influence of Surface Conductance. *Journal of Colloid and Interface Science*. 220(2). p.454-457.
19. ERMOLINA, I. and MORGAN, H. (2005) The electrokinetic properties of latex particles: comparison of electrophoresis and dielectrophoresis. *Journal of colloid and interface science*. 285(1). p.419-428.
20. JEDNAČÁK-BIŠČAN, J., MIKAC-DADIĆ, V., PRAVDIĆ, V. and HALLER, W. (1979) Surface conductivity of glass at the solid/liquid interface. *Journal of Colloid and Interface Science*. 70(1). p.18-28.

Надійшла до редколегії 16.11.18