УДК 539.3

Ващіліна О. В.¹, к. ф.-м. н., доц.,
Лебедева І. В.¹, к. ф.-м. н., доц.,
Білобрицька О. І.², к. т. н., доц.

Моделювання та чисельне дослідження явища самозбурення коливань круж- ляння бурильного долота

¹ Київський національний університет імені
Тараса Шевченка, 01033, м. Київ, вул.
Володимирська, 60, e-mail: vashchilina@ukr.net
² Національний транспортний університет,
01010, м. Київ, вул. Омеляновича-Павленка 1,
e-mail: olenkab@ukr.net

O. V. Vashchilina¹, Ph.D. (Phys.-Math.), As.Prof.,
I. V. Lebedyeva¹, Ph.D. (Phys.-Math.), As.Prof.,
O. I. Bilobrytska², Ph.D. (Tech.), As.Prof.

Modeling and numerical research of the self-excitation phenomenon of the drill bit whirlings vibrations

¹ Taras Shevchenko National University of Kyiv,
60 Volodymyrska Street, City of Kyiv, Ukraine,
01033,
e-mail: vashchilina@ukr.net
² National Transport University, 01010, Kyiv, Omel-
janovicha-Pavlenka str. 1, e-mail: olenkab@ukr.net

У даній статті на основі неголономних кінематичних моделей механічної взаємодії контактуючих тіл з недосконаlostями досліджується початкова стадія явища самозбурення коливань кружляння долота бурильної колони, що обертається, на шорсткій поверхні дна бурової свердловини. Вважається, що долото є абсолютно твердим сферичним тілом, нижня поверхня свердловини має сферичну форму. Вважається, що співвісність системи порушується через незначну початкову кривизну бурильної колони, недосконаlostі геометрії долота й бурової свердловини або дисбалансу маси системи. Побудовано лінеаризовані рівняння руху долота, на основі аналізу розв'язку яких досліджено частоти виникаючих періодичних рухів і проаналізовано їхні форми за різних геометричних параметрів сферичного долота. Показано, що у залежності від властивостей системи рух долота може переходити у стан стаціонарного обертання щодо нерухомого центра швидкостей або ж набувати форми коливань прямого й зворотного кружляння.

Ключові слова: глибоке буріння, долото, неголономна динаміка, пряме та зворотне кружляння.

In the paper an initial stage of a rotating drill string bit whirl motion proceeding on a well bottom surface is studied on the basis of nonholonomic kinematic models of mechanic interaction between the contacting uneven bodies. It is assumed that the drill bit is an absolutely rigid spherical body, the well bottom surface is spherical too. It is supposed that the system coaxiality is disturbed through small initial curvature of the drill string, defects of the bit and bore-well geometry or the debalance of the system mass. Linearized equations of the drill bit movement are derived, the frequencies of periodic motions are calculated, and their types are constructed for different geometric parameters of the spherical bits. It is shown that, depending on the system properties, the drill bit motion can transit to the state of stationary spinning relative to an immovable center of velocities or acquire the regimes of forward and backward whirlings.

Key Words: Deep drilling, drill bits, nonholonomic dynamics, forward and backward whirling.

Статтю представив д. ф.-м. н., проф. Жук Я.О.

1. Вступ

У бурильній практиці вже давно відомий деструктивний вплив коливань кружляння на бурильні колони і долота. Відомо, що зворотне кружляння відбувається у 40% усіх випадків буріння глибоких нафтових і газових свердловин. У більшості випадків попередні дослідження цього динамічного процесу були засновані на припущенні, що за таких коливань долото

притискається до стінки свердловини і котиться по її поверхні [3, 4, 5]. Однак у роботах [3, 5] прийнято, що ці явища відбуваються, коли долото переходить від режиму буріння до контакту кочення з дном свердловини, а потім миттєвий центр її обертання починає переміщуватися навколо осі колони на нижній поверхні дна свердловини. У залежності від напрямку обертального руху розрізняють прямі та

зворотні кружляння. При цьому в оберненому напрямі кружляння швидкість обертання може досягти частоти у діапазоні від 5 до 30 разів більшої від швидкості обертання самої колони. Такі швидкості роблять ефект коливання кружляння особливо руйнівним. За таких швидкостей ефект коливання кружляння є руйнівним.

Додаткові впливи на ці процеси можуть бути надані дією осьових сил у колоні [3]. Цю силу можна розкласти на вертикальну складову (WOB) та близьку до нуля поперечну компоненту, що називається невідбалансованою силою. Вона зазвичай вимірюється у відсотках від WOB. Численні випробування долотового інструменту показали, що незбалансованість комерційного долота лежить у межах від 2% до 10% [3]. Отже, можна зробити висновок, що долото притискається до дна свердловини під дією сили WOB, і лише 10% від її величини прагнуть притиснути її до стінки свердловини. Тому більш природно пов'язати ці коливання з коченням долота по нижній поверхні свердловини, а не по її стінці, як традиційно вважається при теоретичних дослідженнях.

Згідно з практичними дослідженнями, основним фактором, що впливає на коливання кружляння є геометрія долота. У даній статті розглядаються кружляння сферичного долота на сферичній поверхні шорсткого дна глибокої бурової свердловини.

2. Постановка задачі

Щоб побудувати математичну модель кружляння долота, врахуємо що процес коливань супроводжується пружним згином секції (бурової колони) БК, суміжної з її низом. Припустимо, що подумки можна відокремити нижні ділянки AB і BC , розташовані між двома нижніми центраторами A і B , і граничною точкою C на нижньому кінці долота (рис. 1). При побудові моделі врахуємо, що рух долота може бути як динамічним, так і кінематичним.

Для вибору моделі порівняємо частоти вільних коливань відокремленої частини БК та кутової швидкості долота. Наприклад, перша частота вільних коливань сталеві триопорної балки ABC з довжинами $e = 2\text{ м}$, $l = 9\text{ м}$ (рис. 1) та діаметрами осьового перерізу $d_1 = 0.18\text{ м}$, $d_2 = 0.16\text{ м}$ дорівнює $f_1 = 106.7\text{ с}^{-1}$, в той час як кутова швидкість бурової колони може досягати величин $\omega \approx 10 - 20\text{ с}^{-1}$. Крім того, долото являє собою порожнине тіло з малим моментом інерції. Таким чином, коливання

кружляння, що розглядаються, являють собою квазістатичні (кінематичні) процеси деформування БК, силою інерції можна знехтувати і рухи кружляння можна вважати кінематичними. Таким чином, при дослідженні руху будуть враховуватися лише пружна та контактна сили і проаналізована лише кінематична стимуляція руху системи.

Рис. 1 – Розрахункова схема нижніх секцій бурової колони

Розглянемо модель кочення сферичного долота по сферичній поверхні дна. Приймемо, що БК пружно відхиляється від вертикалі і її сферичне долото, яке обертається з кутовою швидкістю ω навколо своєї осі, починає котитися по шорсткій сферичній поверхні π дна свердловини (рис. 2).

Потім, у залежності від положення точки контакту G по відношенню до точки D , яка лежить на осі обертання, центр C долота може рухатись, як це часто відбувається, у напрямі, протилежному напрямку обертання долота (зворотне кружляння – рис 2, а) або в протилежному напрямі (пряме кружляння – рис. 2, б) по відношенню до осі Oz обертання системи. Введемо нерухому систему координат $OXYZ$ та систему відліку $Oxyz$, зафіксовану у балці БК, що обертається (рис. 1). Їх вертикальні осі OZ та Oz збігаються. Як прийнято у неголономній механіці [1, 6], зручно вивчати цей рух по відношенню до миттєвого центру швидкостей G , оскільки в цьому випадку невідома сила реакції R виключається з рівнянь і лише пружні сили осьового тиску T та зсуву Q , а також

згинальний момент M будуть брати участь у силовій рівновазі. Нехай радіуси долота та твірної нижньої поверхні π будуть a та b , відповідно. Тоді кочення долота може бути вивчене з використанням двох основних математичних моделей, які відрізняються припущеннями про гладкість контактуючих тіл поверхні [2].

Рис. 2 – Схема неголономного кружляння сферичного долота:
а) зворотне кружляння; б) пряме кружляння

Потім, у залежності від положення точки контакту G по відношенню до точки, яка лежить на осі обертання, центр C долота може рухатись, як це часто відбувається, у напрямі, протилежному напрямку обертання долота (зворотне кружляння – рис 2, а) або в протилежному напрямі (пряме кружляння – рис. 2, б) по відношенню до осі Oz обертання системи. Введемо нерухому систему координат $OXYZ$ та систему відліку $Oxyz$, зафіксовану у балці БК, що обертається (рис. 1). Їх вертикальні осі OZ та Oz збігаються. Як прийнято у неголономній механіці [1, 6], зручно вивчати цей рух по відношенню до миттєвого центру швидкостей G , оскільки в цьому випадку невідома сила реакції R виключається з рівнянь і лише пружні сили осьового тиску T та зсуву Q , а також

згинальний момент M будуть брати участь у силовій рівновазі. Нехай радіуси долота та твірної нижньої поверхні π будуть a та b , відповідно. Тоді кочення долота може бути вивчене з використанням двох основних математичних моделей, які відрізняються припущеннями про гладкість контактуючих тіл поверхні [2].

Якщо припустити, що поверхня абсолютно шорстка, то ефект ковзання стає неможливим. У цьому випадку $v=0$ і реалізується чисте кочення з вертінням. Така модель належить до неголономного типу [1, 6].

Як показано в монографії [3], можливість ефекту ковзання долота по дну свердловини сильно зменшується за рахунок наявності на його поверхні алмазних шипів. Цей ефект посилюється за рахунок збільшення тиску долота на дно свердловини та пониження жорсткості БК. У цих випадках застосування неголономної моделі руху цілком виправдане.

У роботі [3] побудовані нелінійні кінематичні рівняння кочення:

$$\begin{aligned} \dot{u} - \omega v - a \sqrt{1 - \frac{u^2 + v^2}{(b-a)^2}} (-\dot{u}' - \omega v') - \frac{a\omega v}{b-a} &= 0, \\ \dot{v} + \omega u - a \sqrt{1 - \frac{u^2 + v^2}{(b-a)^2}} (-\dot{v}' + \omega u') + \frac{a\omega u}{b-a} &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

що впливають з умов кочення без ковзання сферичного долота. Тут u, v є малими поперечними пружними зміщеннями центра C долота, орієнтовані паралельно осям Ox та Oy , відповідно; точкою та штрихом над літерами позначені операції диференціювання по часу t та змінній z , відповідно.

Ці рівняння визначають швидкості $\dot{u}, \dot{v}$ руху центра C вздовж осей обертання Ox, Oy , $\dot{u}', \dot{v}'$ позначають кутові швидкості відносно відповідних осей.

У роботі авторів статті [5] показано, що для випадку малих коливань, які розглядаються, після лінеаризації та виключення змінних u, u', v , та v' , співвідношення (1) зводяться до виду:

$$\begin{aligned} u(t) &= C_1 \sin \Omega_1 t + C_2 \cos \Omega_1 t, \\ v(t) &= -C_2 \sin \Omega_1 t + C_1 \cos \Omega_1 t, \end{aligned} \quad (2)$$

де $\omega p = \Omega_1$ - частота коливань в рухомій системі координат, p – параметр частоти, що виражається через радіуси a та b у вигляді:

$$p = (1 + a/(b-a) - aq)/(1 + aq). \quad (3)$$

Рівняння (2) описують траєкторії руху точки C у системі координат $Oxyz$, яка обертається з

кутовою швидкістю ω . Рух долота в нерухомій системі відліку з кутовою швидкістю $\Omega_2 = \omega(p-1)$ визначається рівностями:

$$\begin{aligned} X(t) &= C_1 \sin \Omega_2 t + C_2 \cos \Omega_2 t, \\ Y(t) &= -C_2 \sin \Omega_2 t + C_1 \cos \Omega_2 t. \end{aligned} \quad (4)$$

Рівності (2) та (4) дозволяють проаналізувати можливі тенденції динамічної поведінки сферичного долота при різних формах самозбудження коливань кружляння в залежності від значень визначальних параметрів (див. таблицю 1). Припустимо, що частота може набувати різних значень відповідно до формули (3). Результати аналізу зміни типів кружляння долота із зміною параметра p наведені у таблиці 1.

Таблиця 1 – Форми коливань кружляння в залежності від значень частоти p

Номер позиції	Значення параметра p	Тип періодичного руху у системі відліку $Oxyz$, що обертається	Тип руху у фіксованій системі $Oxyz$
1	$p < -1$	$\Omega_1 > \omega$ Пряме обертання	$\Omega_2 > 2\omega$ Пряме обертання
2	$p = -1$	$\Omega_1 = \omega$ Пряме обертання	$\Omega_2 = 2\omega$ Пряме обертання
3	$-1 < p < 0$	$0 < \Omega_1 < \omega$ Пряме обертання	$\omega < \Omega_2 < 2\omega$ Пряме обертання
4	$p = 0$	$\Omega_1 = 0$ Нерухомий стан	$\Omega_2 = \omega$ Пряме кружляння
5	$0 < p < 1$	$\Omega_1 < \omega$ Зворотне обертання	$0 < \Omega_2 < \omega$ Пряме кружляння
6	$p = 1$	$\Omega_1 = \omega$ Зворотне обертання	$\Omega_2 = 0$ Нерухомий стан
7	$1 < p < 2$	$\omega < \Omega_1 < 2\omega$ Зворотне обертання	$0 < \Omega_2 < \omega$ Зворотне кружляння
8	$p = 2$	$\Omega_1 = 2\omega$ Зворотне обертання	$\Omega_2 = \omega$ Зворотне кружляння
9	$p > 2$	$\Omega_1 > 2\omega$ Зворотне обертання	$\Omega_2 > \omega$ Зворотне кружляння

Так, якщо $p < -1$ (позиція 1 у таблиці), то, як свідчать рівняння (2) та (4), центр С долота рухається по круговій траєкторії з кутовою швидкістю $\Omega_1 > \omega$ у системі відліку $Oxyz$, що обертається, і виконує пряме кружляння з кутовою швидкістю $\Omega_2 > 2\omega$, випереджаючи обертання БК у нерухомій системі координат $OXYZ$. Значення $p = -1$ відповідає величинам $\Omega_1 = \omega$, $\Omega_2 = 2\omega$ (позиція 2 у таблиці). Особливий режим генерується при $p = 0$ (позиція 4). У цій ситуації долото нерухоме в системі відліку, що обертається ($\Omega_1 = 0$), але виконує пряме кружляння з частотою $\Omega_2 = \omega$ у нерухомому просторі. Протилежна ситуація відбувається при $p = 1$ (позиція 6), коли долото обертається в оберненому напрямі з частотою $\Omega_1 = \omega$, хоча при цьому нерухоме в точці $X = C_2$, $Y = C_1$ нерухомого простору.

Підкреслимо, що цей стан є також несприятливим, тому що в ньому долото виконує чисте вертіння без кочення та ковзання і процес буріння починає змінювати свій напрям.

Наступне збільшення параметра p тягне за собою перехід від прямого кружляння долота до його зворотного кружляння з наступним істотним збільшенням частоти Ω_2 (позиції 7-9). Відзначимо ще раз, що цей несприятливий ефект відповідає польовим спостереженням, описаним у роботі [3], і складається із суттєвого збільшення частоти кружляння, яка може в 30 разів перевищувати кутову швидкість БК, у той час як за допомогою загальноприйнятої моделі бокового дотику долота зі стінкою свердловини виявити цей ефект неможливо.

Встановлені залежності між значеннями параметра p та типами кружляння сферичного долота дозволяють моделювати режими його руху на початковому етапі збурення. Наступний інтерес в цьому напрямі викликаний питанням про те, як змінюється значення p із зміною параметрів системи. Серед найбільш суттєвих значень, які впливають на збурення коливань кружляння, є жорсткість на згинання труби БК, радіуси долота a і нижньої поверхні b , прольоти l та e , сила T , та співвідношення між параметрами податливості w_M , w_Q , $w_M^{(1)}$ та $w_Q^{(1)}$.

Прийmemo, що типові значення цих величин для сталевих колон складають
 $EI = 4,07 \cdot 10^6$ Па $\cdot$ м⁴, $l = 9$ м, $e = 2$ м,
 $a = 0,1$ м, $b = 0,3$ м, $w_M = 1,968 \cdot 10^{-6}$ м,

$$w_Q = 3,618 \cdot 10^{-6} \text{ м}, w_M^{(1)} = 1,23 \cdot 10^{-6}, \\ w_Q^{(1)} = 1,97 \cdot 10^{-6}, T = -1 \cdot 10^4 \text{ Н}.$$

У цьому випадку $p = 1,376$ кружляння протікає відповідно до пункту 7 табл. 1. Цікаво проаналізувати, що відбувається, коли змінюється радіус a долота. Рис 3 свідчить про те, що параметр p зменшується зі спаданням a . Потім, якщо радіус поверхні дна достатньо малий, значення параметра p наближається до 1 (як цього можна очікувати) і центр долота досягає нерухомого стану (позиція 6 у таблиці). Особливої уваги заслуговує випадок, коли радіус b нижньої поверхні свердловини зменшується. Якщо b наближається до a , тоді q зростає і параметр p набуває великого від'ємного значення. Тоді долото і БК переходять у режим прямого кружляння в обох системах координат і обертаються в одному напрямі. Цей режим також відповідає польовим спостереженням.

Рис. 3 – Залежність частоти p від радіуса a бурового долота

Щоб прослідкувати вплив сили T на частоту кружляння, на рис. 4 наведені значення p для різних T . Можна зробити висновок, що величина p слабо залежить від T , хоча вона збільшується зі спаданням T .

Ця властивість обумовлена малим плечем

Рис. 4 – Залежність частоти p від осьового зусилля T

вектора T по відношенню до точки контакту G , що є типовим для сферичного долота. Тому його вплив на збурний момент несуттєвий.

Для практики важливо також зрозуміти вплив згинальної жорсткості EI на самозбурення рухів кружляння. Щоб проаналізувати це питання, розглянемо рівняння (5) та (6), які визначають коефіцієнти системи (2). Їх аналіз свідчить про те, що параметри h , $h^{(1)}$ та g , $g^{(1)}$ не залежать від EI , що повністю відповідає кінематичним режимам кружляння, які імітує неголономна модель. При цьому, однак, значення EI входить у коефіцієнти рівнянь (2) разом з осовим зусиллям T , тому, як зазначалося вище, частота p незначно залежить від її величини. Внаслідок цього можна уявити собі, що при неголономному коженні режими кружляння мало чутливі до зміни EI . Дійсно, частоти p , обчислені для значень $EI = 4,07 \cdot 10^7$, $4,07 \cdot 10^6$ та $4,07 \cdot 10^5$ Па $\cdot$ м 4 , рівні $p = 1,379$, $1,376$ і $1,372$, відповідно, тобто при кінематичному збуренні величини p практично

не залежать від розмірів поперечного перерізу труби.

3. Висновки.

Уданій роботі розглянуто модель вільних коливань та стійкості бурильної колони, яка обертається на дні горизонтальної свердловини, з урахуванням сил контактного тертя. Побудовано характеристичні рівняння, знайдено критичні стани і частоти власних коливань, проаналізовано форми втрати стійкості і форми коливань.

Побудовано лінеаризовані моделі малих коливань кружляння долота по поверхні дна свердловини, викликані фрикційною взаємодією долота, що обертається, з поверхнею породи на дні свердловини. З їх допомогою змодельовано ефекти як зворотного, так і прямого кружлянь.

Виконане чисельне моделювання підтвердило можливість встановлення небезпечних руйнівних режимів руху, коли частота кружляння істотно перевищує швидкість обертання бурильної колони.

Список використаних джерел

1. Борисов А. В. Избранные задачи неголономной механики / А.В. Борисов, И.С. Мамаев, А.А. Килин. – Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2005. – 290 с.
2. Васильева А. Б. Сингулярно возмущенные уравнения в критических случаях / А. Б. Васильева, А.Б. Бутузов. – М.: МГУ, 1978.
3. Гуляев В.И. Моделирование нештатных ситуаций при бурении глубоких скважин / В.И. Гуляев, С.Н. Глазунов, О.В. Глушакова и др. – Киев : Изд. «Юстон», 2017. – 544 с.
4. Chen S. L. Field investigation of the effects of stick-slip, lateral, and whirl vibrations on roller-cone bit performance / S. L. Chen, K. Blackwood, E. Lamine // SPE Drilling & Completion. – 2002. – V.17. – P.15 – 20.
5. Глазунов С. М. Частотний аналіз періодичних режимів перекошування бурильного долота на шорсткому дні глибокої свердловини / С.М. Глазунов, О.В. Ващіліна, І.В. Лебедева // Вісник КНУ ім. Тараса Шевченка. Серія: фізико-математичні науки, 2016, №1, С. 41 – 44.
6. Неймарк Ю.И. Динамика неголономных систем / Ю.И. Неймарк, Н.А.Фуфаев. – Москва: Наука, Физматлит, 1967. – 520 с.

References

1. BORISOV, A. V., MAMAJEV, I. S. & KILIN A.A. (2005) *Izbrannyye zadachi negolo-nomnoy mekhaniki*. Moskva-Izhevsk: Institut komp'yuternykh issledovaniy.
2. VASILYEVA, A.V. & BUTUZOV, A.V. (1978) *Singulyarno vozmushchennyye uravneniya v kriticheskikh sluchayakh*. Moskva: MGU.
3. GULYAYEV, V. I., GLAZUNOV, S. N., GLUSHAKOVA, O. V. et al (2017) *Modelirovaniye neshtatnykh situatsiy pri burenii glubokikh skvazhin*. Kiev: Yuston publishing.
4. CHEN, S.L., BLACKWOOD, K. & LAMINE, E. (2002) *Field investigation of the effects of stick-slip, lateral, and whirl vibrations on roller-cone bit performance*. SPE: Drilling & Completion.
5. GLAZUNOV, S. M., VASHCHILINA, O. V. & LEBEDYEVA, I. V. (2016) *Frequency analysis of periodic regimes of drill bit rollings on uneven bottom of a deep bore-hole*. Visnyk Kyivsk'oho natsional'noho universytetu imeni Tarasa Shevchenka, Seriya: fizyko-matematychni nauky. 1, pp. 41 – 44.
6. NEIMARK, Yu. I. & FUFAYEV, N. A. (1972) *Dynamics of nonholonomic systems*. Providence, RI: American mathematical society.

Надійшла до редколегії 11.11.19